

# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA

COORDINACIÓN DE FORMACIÓN BÁSICA  
COORDINACIÓN DE FORMACIÓN PROFESIONAL Y VINCULACIÓN UNIVERSITARIA  
PROGRAMA DE UNIDAD DE APRENDIZAJE

## I. DATOS DE IDENTIFICACIÓN

1. **Unidad Académica:** Facultad de ciencias
2. **Programa Educativo:** Lic. Física, Lic. Matemáticas Aplicadas
3. **Plan de Estudios:**
4. **Nombre de la Unidad de Aprendizaje:** Cálculo Avanzado
5. **Clave:**
6. **HC:** 03 **HL:** 00 **HT:** 02 **HPC:** 00 **HCL:** 00 **HE:** 03 **CR:** 08
7. **Etapas de Formación a la que Pertenece:** Disciplinaria
8. **Carácter de la Unidad de Aprendizaje:** Obligatoria
9. **Requisitos para Cursar la Unidad de Aprendizaje:**

**Equipo de diseño de PUA**  
Dr. Roberto Romo Vázquez

**Firma**

**Vo.Bo. del Director de la Facultad de Ciencias**  
Dr. Juan Crisóstomo Tapia Mercado

**Firma**

**Fecha:** Agosto 2016

## II. PROPÓSITO GENERAL DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

Cálculo Avanzado es una unidad de aprendizaje que está orientada a explorar las relaciones formales entre las integrales de línea, integrales de superficie e integrales de volumen, e incluye en la última unidad el tema del cálculo de variaciones. La importancia de los teoremas integrales radica en que permiten vincular el cálculo diferencial vectorial con el cálculo integral vectorial, y tienen importantes aplicaciones en electromagnetismo, hidrodinámica, y en la física de la conducción de calor. El cálculo de variaciones es una rama del cálculo avanzado de gran utilidad en aplicaciones en mecánica analítica para derivar las ecuaciones de Lagrange, en la unificación de diversas áreas de la física utilizando el Principio de Hamilton. También, en el campo de las matemáticas, el cálculo de variaciones juega un importante papel en la demostración de los desarrollos en eigenfunciones de la teoría de Sturm-Liouville y en la teoría de Hilbert-Schmidt.

Cálculo Avanzado provee al estudiante de competencias para resolver problemas de física teórica de nivel avanzado, como Teoría Electromagnética, Mecánica Clásica, y de bases matemáticas firmes para asignaturas más avanzadas de matemáticas, como Variable Compleja y Métodos Matemáticos de la Física.

Esta unidad de aprendizaje pertenece a la Etapa Disciplinaria Obligatoria de los programas de Licenciatura en Física y Matemáticas Aplicadas.

## III. COMPETENCIA DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

Manejar y demostrar las relaciones entre las integrales de línea, superficie y volumen así como el principio variacional, utilizando los conceptos fundamentales del cálculo de una variable real, para aplicarlas en la solución de problemas físicos y geométricos, con honestidad y actitud crítica.

## IV. EVIDENCIA (S) DE DESEMPEÑO

Elabora prácticas que contengan la resolución de problemas y ejercicios con el desglose detallado de los procedimientos analíticos y los resultados del manejo de los métodos del cálculo avanzado. En estas prácticas se debe mostrar: la habilidad para realizar el correcto planteamiento matemático de un problema, la capacidad de aplicar los métodos matemáticos apropiados a situaciones reales, la habilidad para utilizar procedimientos deductivos cumpliendo con los teoremas matemáticos, y la obtención de la solución correcta del problema.

## V. DESARROLLO POR UNIDADES

### UNIDAD I. Integrales de línea

**Competencia:**

Analizar el concepto de integral de línea de campos escalares y vectoriales utilizando los fundamentos del cálculo integral de una variable para resolver problemas de aplicaciones geométricas y físicas, con honestidad y creatividad.

**Contenido:****Duración: 15 horas**

1. Integrales de línea de campos vectoriales
2. Caminos de integración
3. Propiedades de linealidad y aditividad de las integrales de línea
4. Parametrización de trayectorias y cálculo de integrales de línea
5. El trabajo como integral de línea
6. Teorema fundamental del cálculo para integrales de línea
7. Integral de línea de campos gradientes
8. Condiciones necesarias para que un campo sea un gradiente
9. Campos conservativos
10. Teorema del trabajo y la energía cinética
11. Conservación de la energía
  - 11.1. Teoremas sobre independencia de la trayectoria en integrales de línea
  - 11.2. Construcción de funciones potenciales de campos vectoriales gradientes
  - 11.3. Integrales de línea de campos escalares
  - 11.4. Longitud de arco
  - 11.5. Aplicaciones físicas y geométricas
  - 11.6. Relación entre campos gradientes y ecuaciones diferenciales exactas

## UNIDAD II. Integrales de superficie

### Competencia:

Analizar el concepto de integral de superficie de campos escalares y vectoriales, utilizando los fundamentos del cálculo integral de una variable, para resolver problemas de aplicaciones geométricas y físicas, con honestidad y actitud reflexiva.

### Contenido:

**Duración: 6 horas**

1. Superficies paramétricas
2. Representaciones implícita, explícita y paramétrica de superficies
3. Producto vectorial fundamental
4. Áreas de superficies paramétricas
5. Integrales de superficie
6. Cálculo de integrales de superficie
7. Aplicaciones físicas y geométricas

### UNIDAD III. Teoremas de integrales

**Competencia:**

Analizar las relaciones formales entre las integrales de línea, superficie y volumen, utilizando los fundamentos del cálculo integral de una variable, para resolver problemas de aplicaciones geométricas y físicas, con honestidad y actitud crítica.

**Contenido:****Duración: 15 horas**

1. Teorema de Green para regiones planas limitadas por curvas de Jordan
2. Aplicaciones del teorema de Green
3. Extensión del teorema de Green a regiones múltiplemente conexas
4. Divergencia y rotacional
5. Líneas de flujo
6. Interpretación física y geométrica de la divergencia
7. Interpretación física y geométrica del rotacional
8. Laplaciano de campos escalares y de campos vectoriales
9. Propiedades de la matriz jacobiana
10. Campos irrotacionales y campos solenoidales
11. Teorema de Stokes
12. Aplicaciones del teorema de Stokes
13. Extensión del teorema de Stokes a regiones múltiplemente conexas
14. Teorema de la divergencia de Gauss
15. Ley de Gauss
16. Aplicaciones físicas
17. Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas

## UNIDAD IV. Cálculo de variaciones

### Competencia:

Desarrollar el principio variacional en una y varias variables, utilizando los fundamentos del cálculo vectorial, para resolver problemas de aplicaciones geométricas y físicas, con actitud reflexiva y responsabilidad.

### Contenido:

**Duración: 12 horas**

1. El concepto de variación
2. Problema variacional para una variable dependiente y una variable independiente
3. Aplicaciones físicas y geométricas
4. Problema variacional para varias variables dependientes y una variable independiente
5. Principio de Hamilton y ecuaciones de Lagrange
6. Aplicaciones en mecánica clásica
7. Problema variacional para varias variables dependientes y varias variables independientes
8. Densidad Lagrangiana
9. Aplicaciones en electrodinámica y mecánica cuántica

## VI. ESTRUCTURA DE LAS PRÁCTICAS

No. de Práctica	Competencia(s)	Descripción	Material de Apoyo	Duración
1	Aplicar la teoría fundamental de integrales de línea mediante el análisis y planteamiento matemático de la situación geométrica o física para resolver problemas y ejercicios de aplicaciones en el cálculo de integrales de línea, de trabajo y en la construcción de funciones potenciales de campos conservativos, con objetividad y orden.	En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los temas de la unidad 1, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo.	Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo.	10 horas (taller)
2	Usar la teoría fundamental de integrales de superficie, mediante el análisis y planteamiento matemático de la situación geométrica, para resolver problemas y ejercicios de aplicaciones en el cálculo de áreas de superficie, centros de masa, momentos de inercia y centroides, con objetividad y actitud crítica.	En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los de la unidad 2, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo.	Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo.	4 horas (taller)

3	Aplicar los teoremas integrales para resolver problemas físicos, mediante el análisis y planteamiento matemático de la situación geométrica, con actitud crítica.	En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los temas de la unidad 3, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo.	Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo.	10 horas (taller)
4	Aplicar el principio variacional mediante el análisis y planteamiento de la función Lagrangiana del sistema para resolver problemas y ejercicios que involucren la obtención de leyes fundamentales de la física, con objetividad y actitud crítica.	En forma individual, el alumno resolverá problemas seleccionados por el profesor sobre los de la unidad 4, tanto en el pizarrón como en su cuaderno de trabajo.	Pizarrón, marcadores, cuaderno de trabajo.	8 horas (taller)



## VII. METODOLOGÍA DE TRABAJO

**Encuadre:** El primer día de clase el docente establecerá la forma de trabajo, criterios de evaluación, calidad de los trabajos académicos, derechos y obligaciones docente-alumno.

### **El docente:**

- Expondrá la teoría fundamental de la asignatura siguiendo una secuencia lógica y formal, en la cual no sólo se presenten los teoremas sino que se desarrollen sus correspondientes demostraciones.
- Incluirá ejemplos prácticos en los que se resuelvan problemas selectos que apoyen la comprensión de la teoría e ilustren las diversas aplicaciones físicas y geométricas.

### **El estudiante:**

- Participará activamente en clase en forma individual sobre los temas expuestos por el profesor.
- Resolverá en forma individual en el pizarrón y en su cuaderno de trabajo, problemas y ejercicios planteados por el maestro.
- Resolverá las tareas semanales asignadas.

## VIII. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

La evaluación será llevada a cabo de forma permanente durante el desarrollo de la unidad de aprendizaje de la siguiente manera:

### **Criterios de acreditación**

- 80% de asistencia para tener derecho a examen ordinario y 40% de asistencia para tener derecho a examen extraordinario de acuerdo al Estatuto Escolar artículos 70 y 71.
- Calificación en escala del 0 al 100, con un mínimo aprobatorio de 60.

### **Criterios de evaluación**

- 4 exámenes parciales .....	50%
- Examen final .....	25%
- Participación en clase .....	05%
- Prácticas semanales .....	25%
<b>Total</b> .....	<b>100%</b>

Elabora un cuaderno de trabajo donde resolverá problemas y ejercicios durante las sesiones de taller, así como en la resolución de problemas de las tareas a realizar en casa.

## IX. BIBLIOGRAFÍA

Básica	Complementaria
<ol style="list-style-type: none"><li>1. Apostol, T.M., (1992). Calculus vol. 2, Reverté, 2da edición. [clásico]</li><li>2. Marsden, J.E., Tromba, A.J., (2011). Vector Calculus, W.H. Freeman, 6th edition.</li><li>3. Multivariable Calculus. Disponible en: <a href="https://www.khanacademy.org/math/multivariable-calculus">https://www.khanacademy.org/math/multivariable-calculus</a></li><li>4. Wolfram Alpha. Disponible en: <a href="https://www.wolframalpha.com">https://www.wolframalpha.com</a></li><li>5. Wolfram MathWorld: Calculus of Variations. Disponible en: <a href="http://mathworld.wolfram.com/CalculusofVariations.html">http://mathworld.wolfram.com/CalculusofVariations.html</a></li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Arfken, G.B., Weber, H.J., Harris, F.E., (2012). Mathematical Methods for Physicists, Academic Press, 7th edition.</li><li>2. Benítez, R., (2009). Cálculo Integral Vectorial, Editorial Trillas. [clásico]</li><li>3. Stewart, J., (2002). Cálculo Multivariable, Thompson Editores, 4ta edición. [clásico]</li></ol>

## X. PERFIL DEL DOCENTE

Licenciado en Matemáticas, licenciado en Física o área afín, con experiencia en docencia y dominio de los contenidos temáticos contemplados en esta unidad de aprendizaje.